

Empleo de LMIs para el control de turbinas eólicas en el contexto de sistemas LPV.

F. D. Bianchi[†]

R. J. Mantz[‡]

LEICI, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata (UNLP).

CC. 91, 1900 La Plata, Argentina. Tel-Fax: (54)(221)425 9306.

Email: fbianchi@ing.unlp.edu.ar

[†]UNLP-CONICET, [‡]UNLP-CICpBA

Palabras clave: Control robusto, LPV, LMI, Sistemas de conversión de energía eólica.

Sistemas de conversión de energía eólica de velocidad variable

Hoy día los sistemas de conversión de energía eólica (SCEE) que operan a velocidad variable están recibiendo considerable interés, especialmente por su capacidad de incrementar la captura de energía y reducir las cargas dinámicas que soporta la turbina [9] [10].

Es sabido que los SCEE tienen un comportamiento dinámico no lineal y modos resonantes muy poco amortiguados. A su vez, estos sistemas se encuentran expuestos a perturbaciones periódicas con un rango de frecuencias que pueden coincidir con los modos resonantes del sistema. Esto puede causar serios daños o reducir la vida útil de los diversos componentes del sistema, así como degradar la calidad de la potencia generada [7] [11].

Comúnmente los objetivos de control de un SCEE operando a velocidad variable son [9] [11]:

- En bajas velocidades de viento se busca mantener una relación óptima entre la velocidad del viento y de la turbina para maximizar la eficiencia de conversión, mientras que en altas velocidades se regula la potencia generada. En ambos casos, es posible definir una referencia de velocidad de la turbina, por lo que este objetivo resulta en un problema de tracking.
- Reducir las oscilaciones del par, para lo cual es necesario disminuir la ganancia del sistema en el rango de frecuencias de las perturbaciones.

En [5] se utiliza técnicas de optimización para obtener un compromiso entre los dos objetivos de control. Sin embargo, este esquema tiene limitaciones cuando las variables medibles del sistema no cuentan con suficiente información sobre las perturbaciones. Por su parte, Novak *et al.* [11] proponen incrementar el amortiguamiento de los modos resonantes como una forma indirecta de reducir las oscilaciones del par.

Control del SCEE en el contexto de LPV gain scheduling

Los sistemas lineales de parámetros variante (LPV, *Linear Parameter Varying*) son un caso particular de sistemas lineales variantes en el tiempo (LTV, *Linear Time Varying*), donde las matrices del modelo de estados son funciones continuas y conocidas de un vector de parámetros variantes $\theta(t) \in \mathbf{R}^s$. Esto es,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_{cl}(\theta(t)) \cdot x(t) + B_{cl}(\theta(t)) \cdot w(t), \\ z &= C_{cl}(\theta(t)) \cdot x(t) + D_{cl}(\theta(t)) \cdot w(t).\end{aligned}$$

El vector de parámetros $\theta(t)$ no es conocido a priori pero se supone que toma valores dentro de un conjunto acotado $\Theta \in \mathbf{R}^s$.

El problema de síntesis de LPV Gain Scheduling consiste en buscar un controlador:

$$\begin{aligned}\dot{x}_k &= A_k(\theta(t)) \cdot x_k(t) + B_k(\theta(t)) \cdot y(t), \\ u &= C_k(\theta(t)) \cdot x_k(t) + D_k(\theta(t)) \cdot y(t),\end{aligned}$$

tal que el sistema de lazo cerrado sea exponencialmente estable y que se verifique: $\|z\|_2 \leq \gamma \|w\|_2; \forall \theta(t) \in \Theta$. En donde el vector de parámetros $\theta(t)$ se supone que se mide en tiempo real. En [3] [4] [2] [12] los autores formulan la síntesis de estos controladores como un problema de optimización convexa con inecuaciones lineales matriciales (LMIS, *Linear Matrix Inequality*). De esta manera, se tiene un procedimiento completo y sistemático para resolver el problema de gain scheduling utilizando los eficientes algoritmos

de punto interno [8]. En este contexto, Apkarian y Adams [1] presentan la *caracterización básica*, la cual permite agregar otras restricciones al problema como objetivos $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$, restricciones en la ubicación de los polos, etc. En este mismo trabajo, los autores consideran además el agregado de matrices de escalajes, dependientes del vector de parámetros, para explotar la información acerca de la estructura del operador que relaciona las señales w y z .

Suponiendo que la planta LPV tiene una dependencia afín sobre el vector de parámetros y Θ es un polítopo de vértices θ_i , el controlador LPV puede hallarse al resolver las siguientes LMIs:

$$\begin{bmatrix} XA_i + \hat{B}_{k_i}C_{2_i} + (\star) & \star & \star & \star \\ \hat{A}_{k_i}^T + A_i + B_{2_i}D_{k_i}C_{2_i} & A_iY + B_{2_i}\hat{C}_{k_i} + (\star) & \star & \star \\ S_i^{-1}(XB_{1_i} + \hat{B}_{k_i}D_{21_i})^T & S_i^{-1}(B_{1_i} + B_{2_i}D_{k_i}D_{21_i})^T & -\gamma S_i^{-1} & \star \\ C_{1_i} + D_{12_i}D_{k_i}C_{2_i} & C_{1_i}Y + D_{12_i}\hat{C}_{k_i} & (D_{11_i} + D_{12_i}D_{k_i}D_{21_i})S_i^{-1} & -\gamma S_i^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} < 0, \quad (2)$$

donde X , Y , \hat{A}_{k_i} , \hat{B}_{k_i} , \hat{C}_{k_i} , D_{k_i} y S_i son las variables de decisión. A_i , B_{1_i} , B_{2_i} , C_{1_i} , C_{2_i} , D_{11_i} , D_{12_i} y D_{21_i} son las matrices de lazo abierto y S_i corresponde a las matrices de escalaje. El problema de síntesis con el agregado de los escalajes $S(\theta(t))$ no es convexo, pero es posible utilizar un procedimiento similar a la *D-K iteration* utilizada en μ -síntesis [1].

En ocasiones estas técnicas de síntesis pueden hacer que los controladores resultantes posean modos innecesariamente muy rápidos. Ya que estos dificultan la implementación, es conveniente agregar restricciones a las LMIs (1-2) para forzar que los autovalores de A_{k_i} se encuentren en una zona determinada del plano complejo. Estas restricciones se incluyen al problema de optimización con las siguientes LMIs,

$$\left[\lambda_{jk} \begin{bmatrix} Y & I \\ I & X \end{bmatrix} + \mu_{jk} \begin{bmatrix} A_iY + B_{2_i}\hat{C}_{k_i} & A_i + B_{2_i}D_{k_i}C_{2_i} \\ \hat{A}_{k_i} & XA_i + \hat{B}_{k_i}C_{2_i} \end{bmatrix} + \mu_{kj} \begin{bmatrix} A_iY + B_{2_i}\hat{C}_{k_i} & A_i + B_{2_i}D_{k_i}C_{2_i} \\ \hat{A}_{k_i} & XA_i + \hat{B}_{k_i}C_{2_i} \end{bmatrix}^T \right]_{j,k} < 0,$$

donde λ_{jk} y μ_{jk} definen la geometría de la región donde se fuerzan los autovalores de A_{k_i} [6].

En este trabajo se propone enmarcar el concepto Novak *et al.* [11] dentro del contexto del control *LPV gain scheduling*. De esta manera, se obtiene un controlador que da garantías de estabilidad y performance ante incertidumbre del modelo contemplando, a su vez, la característica no lineal del sistema.

El modelo no lineal del SCEE se debe expresar en la forma LPV, para ello aquí se utilizó el cambio de variable dado en [13]. El modelo *cuasi-LPV* resultante representa en forma exacta al modelo no lineal, sin las limitaciones de validez local que tienen los sistemas linealizados. En el caso del SCEE, las variables de scheduling son la velocidad del viento V y la velocidad de giro de la turbina ω . Estas señales tienen el inconveniente de no poder ser medidas con exactitud. La velocidad de la turbina no es una magnitud medible pero puede ser estimada a partir de ω_g . Por otro lado, la velocidad del viento V no puede medirse totalmente, por lo general se dispone de un valor medio sin tener información de los cambios rápidos y de las perturbaciones cíclicas.

Por otro lado, el cambio de variable propuesto en [13] suele requerir que el controlador final tenga un término de polarización. Este término al no disponer de una medida exacta de las variables de scheduling, pueden deteriorar considerablemente la performance esperada. En cambio, obsérvese que las técnicas de LPV Gain Scheduling garantizan estabilidad y performance para una familia de plantas de lazo cerrado. Si la magnitud de los errores de las variables de scheduling no es muy importante, el sistema de lazo cerrado resultante estará dentro de esta familia y por tanto tendrá garantía de estabilidad y performance. Luego, para reducir el efecto de los errores en las variables de scheduling es conveniente eliminar el término de polarización, para lo cual se agregó un integrador en la entrada de control.

El planteo del problema de síntesis de un controlador por las técnicas de LPV gain scheduling es similar al control óptimo en \mathcal{H}_∞ . La planta se aumenta con funciones de peso que introducen las especificaciones al problema. En la Fig. 1 se presenta un esquema en bloques de la planta aumentada. Las funciones de pesos $M(s)$ y $W_e(s)$ introducen en el planteo las especificaciones de generación. Estas representan el buen seguimiento de una referencia de velocidad. La función $W_q(s)$ tiene en cuenta la reducción de las oscilaciones en el par. Por su parte, la $W_p(s)$ es la función de peso para considerar la incertidumbre de alta frecuencia.

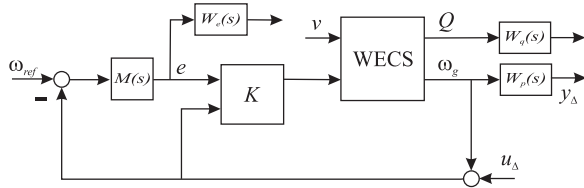


Figura 1: Esquema en bloques de la planta aumentada.

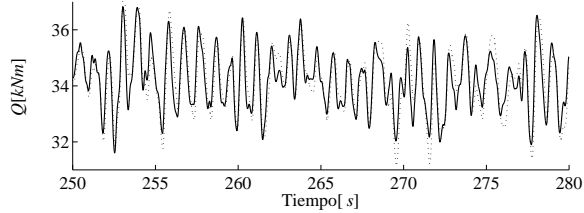


Figura 2: Par en el eje cuando se utiliza el controlador LPV propuesto, — corresponde al caso donde se mide θ con exactitud y \cdots al caso donde se mide con error.

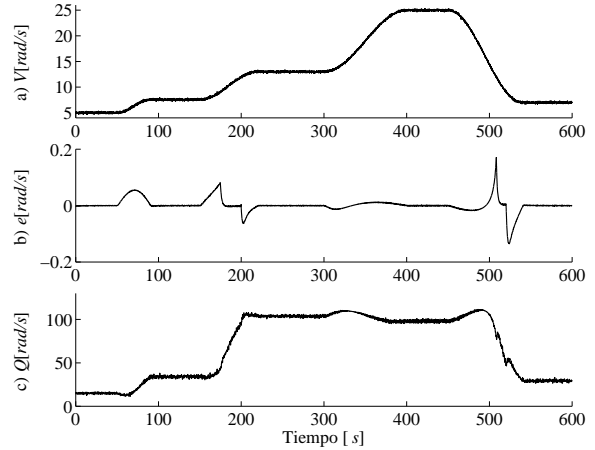


Figura 3: Simulación correspondiente al controlador LPV propuesto. a) Velocidad de viento, b) error de velocidad, c) par en el eje.

En la Fig. 2 se muestra una simulación del par en el eje, la línea continua corresponde a la medición exacta de los parámetros y la línea punteada a la medición con error. En ambos casos, la reducción de las oscilaciones del par es significativa, también puede observarse que si bien ambas señales no son iguales tienen las mismas cotas. En la Fig. 3b se muestra el error de velocidad para el perfil de velocidad de viento de la Fig. 3a. Puede observarse que aún en cambios bastante brusco de la velocidad del viento, el error se mantiene considerablemente pequeño. Por su parte, en la Fig. 3c se presenta el par en el eje. Obsérvese, que la performance obtenida se mantiene aún en los cambios rápidos de las variables de scheduling.

Conclusiones: En este trabajo se enmarcó el control de un SCEE en el contexto de LPV gain scheduling. De esta manera, se obtuvo un controlador que da garantías de estabilidad y performance ante incertidumbre del modelo contemplando, a su vez, la característica no lineal del sistema.

Reconocimiento: Este trabajo fue financiado por ANPCyT, CICpBA, CONICET y UNLP.

Referencias

- [1] P. Apkarian y R. Adams. Advanced gain-scheduling techniques for uncertain systems. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 6(1):21–32, 1998.
- [2] P. Apkarian y P. Gahinet. A convex characterization of gain-scheduled \mathcal{H}_∞ controllers. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 40(5):853–864, 1995.
- [3] P. Apkarian, P. Gahinet, y G. Becker. Self-scheduled \mathcal{H}_∞ control of linear parameter-varying systems: A design example. *Automatica*, 31:1251–1261, 1995.
- [4] G. Becker y A. Packard. Robust performance of linear parametrically varying systems using parametrically-dependent linear feedback. *Systems and Control Letters*, 23:205–215, 1994.
- [5] F.D. Bianchi, R.J. Mantz, y C.F. Christiansen. Control de un sistema de conversión de energía eólica operando a velocidad variable por LPV gain scheduling. *IX RPIC*, 2001.
- [6] M. Chilali y P. Gahinet. \mathcal{H}_∞ design with pole placement constraints: An LMI approach. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 41(3):358–367, 1996.
- [7] L.L. Freris. *Wind Energy Conversion Systems*. Prentice-Hall International, 1990.
- [8] P. Gahinet, A. Nemirovskii, A.J. Laud, y M. Chilali. *LMI Control Toolbox*. The Mathworks Inc., 1994.
- [9] W.E. Leithead y B. Connor. Control of variable speed wind turbines: design task. *International Journal of Control*, 73(10):1189–1212, 2000.
- [10] E. Muljadi, K. Pierce, y P. Migliore. A conservative control strategy for variable-speed stall-regulated wind turbine. *19th ASME Wind Energy Symposium*, 2000.
- [11] P. Novak, T. Ekelund, J. Jovik, y B. Schmidtbauer. Modeling and control of variable-speed wind-turbine drive-system dynamics. *IEEE Control Systems Magazine*, 15(4):28–38, August 1995.
- [12] A. Packard. Gain scheduling via linear fractional transformations. *Syst. and Cont. Letters*, 22:79–92, 1994.
- [13] A. Packard y M. Kantner. Gain scheduling the LPV way. *Proc. CDC96*, pages 3938–3941, 1996.